$ax^2+bx+c=0$ $e^2+1=0$

$\int x\,dx$ $e^{i\pi}+1=0$



$\lim_{n\to\infty}\frac{1+1)^n}{n}=e$ $c^2=a^2+b^2$

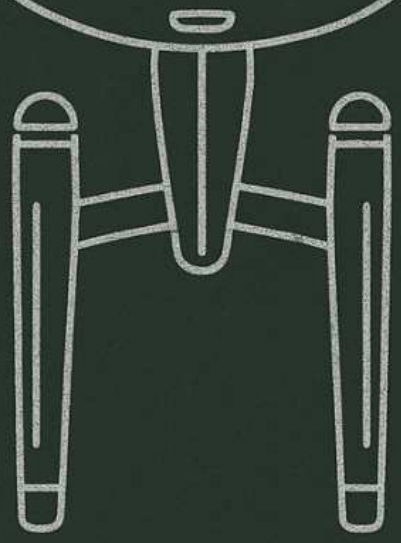
$\sum_k=\frac{|n+1}{2}$

$v=\frac{I^2}{GM}$

MATHÉMATIQUES STAR TREK

$\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}=1$

$\frac{dy}{dx}=xy$



MATHÉMATIQUES STAR TREK

$\pi r r^2$ $\tan\theta\rightarrow$

$\frac{(a+b)^2=}{a^2+2ab+b^2}$ $\begin{vmatrix} a & b \\ d & \end{vmatrix}=c$

$\int e^1 x=e^x C$

$v=\sqrt{\frac{GM}{R}}$ $\frac{dy}{dx}=xy$ $x=\frac{x\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x=b$
cx $\pi r\overline{r^2}$ $\int dx=e^x+C$

Mathématiques Star Trek

Par James Grime

Chapitre I

Comme vous le savez Star Trek est une émission de science-fiction à la fin des années 1960.

Il présentait des idées de technologie futuriste et de science-fiction telles que des téléporteurs, d'étranges nouveaux mondes, des voyages dans le temps.

Mais aussi une mathématique spécifique



Mais bon sang, je suis un mathématicien, pas un physicien. Alors, au lieu de parler encore une fois de la science de Star Trek, qu'en est-il des mathématiques de Star Trek ? Après tout, Star Trek est de la science-fiction, mais il n'y a pas de fiction mathématique – donc toutes les mathématiques présentées dans la série sont sûres d'être sur un terrain plus solide. Exact? Ou, comme Spock lui-même le dit dans « La Conscience du Roi » ;

SPOCK : Même dans ce coin de la galaxie, Capitaine, deux plus deux font quatre.

Devrions-nous même nous attendre à ce que beaucoup de mathématiques figurent dans une simple émission d'aventure spatiale ? En fait, de nombreuses idées mathématiques intéressantes ont été soulevées au cours de la courte série de 79 épisodes, notamment ; la probabilité que nous soyons seuls dans l'univers ; un paradoxe

qui a bouleversé les mathématiciens du 20e siècle ainsi que les androïdes du 23e siècle ; les mathématiques de la biologie extraterrestre et terrestre ; Et la question la plus importante de toutes : lorsque vous êtes en mission dangereuse, la couleur de votre maillot affecte-t-elle vraiment vos chances de survie ?

Dans cet article, nous nous concentrerons uniquement sur Star Trek : The Original Series. Pas de films, pas de séries animées, pas de Next Generation, pas de reboots de JJ Abrams, et certainement pas de reflets d'objectif.



Kirk ne croit pas au scénario sans issue

Commençons donc par répondre à l'une des questions mathématiques les plus fondamentales sur Star Trek : La série originale :

La probabilité de survie – La question des chemises rouges

Être à Starfleet et visiter de nouveaux mondes étranges est un travail dangereux. La sécurité de son équipage est une priorité absolue pour le capitaine Kirk, surtout si cela affecte le fonctionnement de son navire.

Par exemple, dans « The Devil in the Dark », l'équipage de l'Enterprise est à la poursuite d'une créature mystérieuse qui a déjà tué plusieurs mineurs locaux. Kirk, Spock et une équipe d'officiers de sécurité de l'Enterprise recherchent la créature dans le labyrinthe de tunnels sous la surface de la planète.



Spock et Kirk inspectent les tunnels dans « The Devil in the Dark »

KIRK : Monsieur Spock, vous êtes le commandant en second. Ce sera une chasse dangereuse. L'un ou l'autre de nous est sacrifiable. Nous ne le sommes pas tous les deux.

SPOCK : Capitaine, nous sommes environ une centaine à participer à cette recherche, contre une créature. Les chances que vous et moi soyons tués sont de 2 228,7 contre 1.

KIRK : 2 228,7 contre 1 ? Ce sont de très bonnes chances, Monsieur Spock.

SPOCK : Et ils sont bien sûr exacts, Capitaine.

KIRK : Bien sûr. Eh bien, je déteste utiliser le mot, mais logiquement, avec ce genre de chances, autant rester. Mais s'il vous plaît, restez à l'écart des ennuis, Monsieur Spock.

SPOCK : C'est toujours mon intention, Capitaine.

Pour déterminer les chances que Kirk et Spock meurent, nous pouvons commencer par considérer ce qui se passerait s'il y avait exactement deux morts. Ensuite, la probabilité qu'il s'agisse à la fois de Kirk et de Spock (dans l'ordre ou dans l'autre) est **4 949 contre 1**

Cela s'avère être une très bonne approximation. Mon propre calcul a montré que si **X** meurent, alors la probabilité que cela inclue à la fois Kirk et Spock est $^{98}C_{x-2}$ dans $^{100}C_x$. Si chaque scénario devient de moins en moins probable d'un facteur de moitié, alors les chances finales que Kirk et Spock meurent tous les deux s'élèvent à nouveau à **4 949 contre 1**.

Les chances de Spock ne sont pas aussi favorables et, bien que Spock ne révèle pas sa méthodologie, il doit avoir raison car il donne sa réponse à une décimale près - et ce, bien qu'il ne sache pas exactement combien d'hommes participent à la recherche.



Deux de ces personnes vont mourir

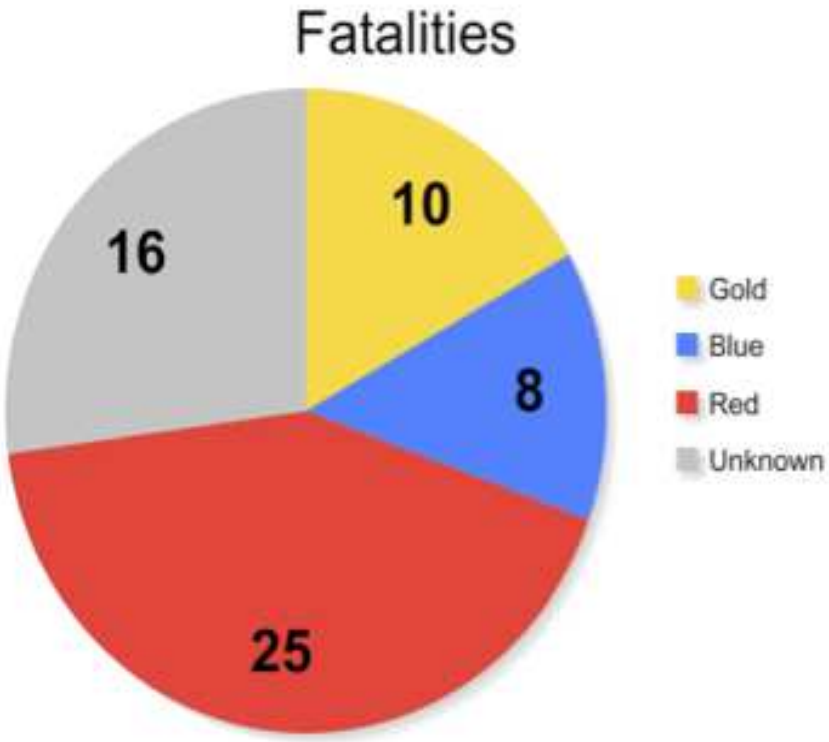
Cependant, nous savons que Kirk et Spock ne sont jamais en réel danger - ils sont les stars de la série après tout. C'est ainsi que nous abordons ici l'un des tropes classiques du Star Trek original. Que la chemise rouge meurt toujours – généralement

suivie du diagnostic du docteur McCoy : « Il est mort, Jim ! »

Mais le trope est-il vraiment vrai ? Un membre d'équipage portant une chemise rouge (sécurité, ingénierie et opérations) a-t-il vraiment plus de chances de mourir qu'une chemise bleue (science et médecine) ou une chemise dorée (commandement, barre) ?

L'analyse de ce problème a déjà été tentée, mais elle a été imparfaite. Permettez-moi donc de présenter ma propre analyse du problème.

En regardant les chiffres, il y a eu un total de 59 morts d'équipage au cours des 79 épisodes de Star Trek, la série originale. Aujourd'hui, 16 de ces décès étaient hors écran, en raison de la peste spatiale ou d'une autre raison. Donc, sur les 43 décès que nous avons vus, **25** d'entre eux étaient des chemises rouges – c'est environ **58%**



À titre de comparaison, **10** décès étaient des chemises dorées, soit **23%** et **8** étaient des chemises bleues, soit **19%**

Nous pouvons également l'utiliser pour déterminer les décès inconnus. Si tout est juste, alors le nombre de morts inconnues des chemises rouges devrait être de 58% sur 16, ce qui représente environ **9** décès supplémentaires.

Donc, sur ces seuls chiffres, il semble que les chemises rouges soient les plus à risque – même Joan Collins avait 50-50 de chances de survie.



La petite amie de Schrödinger

Mais c'est faux. Vous voyez, ce que nous avons calculé ici n'est pas la probabilité que vous mourriez. Non, c'est plutôt la probabilité que vous soyez une chemise rouge si vous mourez. C'est ce qu'on appelle une probabilité conditionnelle et s'écrit **P**

Ce que nous voulons savoir, c'est la probabilité que vous mouriez si vous êtes chemise rouge – écrit **P**. Et c'est une autre question.

Pour calculer la vraie réponse, nous devons connaître la population totale des chemises rouges. Après tout, vous vous attendez à ce que plus de chemises rouges meurent s'il y a plus de chemises rouges pour commencer. Et c'est ce qui s'avère être le cas

Couleur uniforme	Décès connus	Estimation inconnue	Population totale	Décès en pourcentage de la population
Or	10	4	55	25%
Bleu	8	3	136	8%
Rouge	25	9	239	14%
Total	43	16	430	14%

Il y a **430** personnes à bord du vaisseau Enterprise. Si **59** personnes sont mortes, nous pouvons estimer la probabilité de mourir à environ **14%**. Calculons maintenant la probabilité de mourir si vous êtes chemise rouge.

Il y a **239** chemises rouges sur le navire. Nous avons vu **25** d'entre eux mourir, donc, en ignorant les décès inconnus, nous pouvons estimer que la probabilité de mourir si vous êtes un chemise rouge est d'environ **10%**

Pour une réponse plus précise, nous devons également estimer le nombre de décès survenus hors écran. Comme nous l'avons vu précédemment, si tout est juste, cela devrait être environ **9** décès supplémentaires, soit **34** décès au total. Alors maintenant, nous pouvons calculer la probabilité de mourir si vous êtes une chemise

rouge à **14%**

Ce dernier calcul équivaut à utiliser le théorème de Bayes, un résultat important dans la théorie des probabilités qui relie les probabilités conditionnelles de deux événements A et B comme suit :

$$P(A \mid B) = P(B \mid A) \cdot \frac{P(A)}{P(B)}$$

On peut alors calculer P en utilisant le théorème de Bayes comme suit :

$$P(\text{mourir} \mid \text{chemise rouge}) = P(\text{chemise rouge} \mid \text{mourir}) \cdot \frac{P(\text{mourir})}{P(\text{chemise rouge})}$$

Si l'on estime P être 25/43 et l'utilisation P=59/430 et P=230/430, alors le théorème de Bayes confirme que la probabilité de mourir si vous êtes une chemise rouge est de **14%**.

À titre de comparaison, un calcul similaire montre que **14** chemises dorées sur **55** sont mortes, soit **25%**

Quelle que soit la façon dont vous le calculez, nous devons conclure que le mythe n'est pas vrai et qu'il est plus dangereux d'être une chemise dorée qu'une chemise rouge.

Cependant, il y a une part de vérité dans le cliché. Si vous regardez la sécurité, il y a **90** agents de sécurité sur le vaisseau Enterprise. Nous avons vu **18** agents de sécurité mourir, et nous pouvons en estimer **7** autres, donc la probabilité que vous mouriez si vous êtes un agent de sécurité est d'environ **28%**

Alors, la morale de l'histoire ? Si vous êtes à bord du vaisseau Enterprise et que vous voulez vivre, soyez un scientifique.

Chapitre II

Les mathématiques de la biologie extraterrestre

Dans « The Trouble with tribbles », l'Enterprise est affecté à la station spatiale K-7 pour garder une cargaison de céréales. Pendant ce temps, Kirk doit faire face à l'officieux bureaucrate Baris, à une équipe de Klingons turbulents et à une infestation de tribules



Uhura avec un tribule

Les tribules sont de jolies petites boules de poils qui émettent des bruits de gazouillis apaisants lorsque vous les caressez. Malheureusement, ils naissent également enceintes, de sorte que leur population augmente très, très rapidement, ce qui en fait un ravageur qui envahit rapidement complètement l'Enterprise et la station spatiale.

En fait, on dit que la population de tribules croît géométriquement. Sulu donne une description très éloquente de la croissance géométrique tout en décrivant les pouvoirs divins croissants de Gary Mitchell dans l'épisode pilote « Where No Man Has Gone Before » ;

SULU : Si vous voulez les mathématiques de cela, la capacité de Mitchell augmente géométriquement. C'est-à-dire, comme avoir un centime, le doubler chaque

jour. Dans un mois, vous serez millionnaire.

J'aime beaucoup cette explication. La croissance géométrique signifie que chaque étape est multipliée par un facteur commun. Doubler un centime 30 fois donnerait
centimes – soit environ 10 millions de dollars.



Kirk, jusqu'à la taille dans la m…

Dans 'The Trouble with tribules', Spock fait un calcul similaire pour estimer la population de tribules :

SPOCK : Ils ont l'air d'être gorgés.
BARIS : Gorgé ? Sur mon grain ? Kirk, je vais vous tenir pour responsable. Il doit y en avoir des milliers.
KIRK : Des centaines de milliers.
SPOCK : Un million sept cent soixante et onze mille cinq cent soixante et-un. Cela suppose qu'un tribule, multiplié par une portée moyenne de dix, produise une nouvelle génération toutes les douze heures sur une période de trois jours.
KIRK : C'est en supposant qu'ils soient arrivés ici il y a trois jours.
SPOCK : Et en tenant compte de la quantité de céréales consommées et du volume du compartiment de stockage.

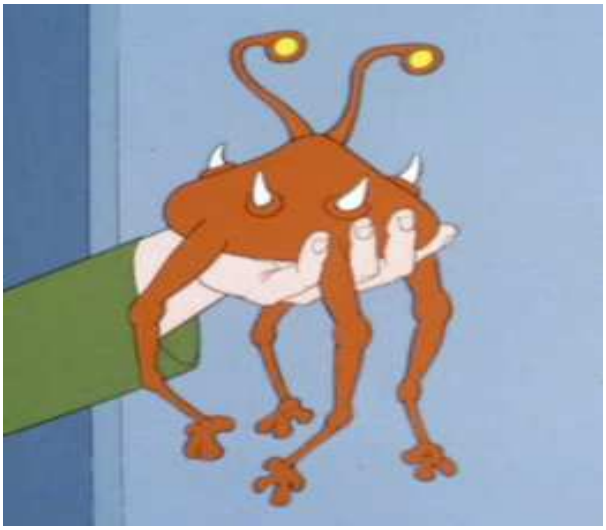
Spock classique, mais ce nombre a-t-il été inventé – ou le scénariste de l'épisode, David Gerrold, avait-il fait le calcul ? Découvrons-le :

Selon Spock, chaque génération est dix fois plus grande que la génération précédente. Cela signifie que si nous commençons avec une population de T (Tribule), la prochaine génération sera **10T** confection **11T** complètement. Nous voyons donc que la population augmente d'un facteur 11 toutes les 12 heures. Si nous commençons avec 1 tribule, alors après trois jours, la population aura été multipliée par 11 six fois,

ce qui fait **11⁶**(1.771.561) tout comme Spock l'a prétendu

Je m'interroge sur la sagesse de donner la réponse à sept chiffres significatifs, compte tenu de la quantité d'estimation nécessaire. Mais ne chipotons pas sur des tribules. L'important, c'est que les calculs étaient justes ! J'étais tellement surpris que j'ai failli tomber de mon journal de bord.

Le monde d'origine des tribules doit être assez inhospitalier, ou avoir des prédateurs redoutables, pour donner naissance à une espèce qui se développe si rapidement. (Nous rencontrons même un prédateur génétiquement modifié dans Star Trek : La série animée appelé le glommer, mais je digresse)



Le glommer

La croissance démographique est l'un des domaines étudiés en biologie mathématique, un sujet qui peut être utilisé pour expliquer certaines des autres bizarreries biologiques que nous rencontrons dans Star Trek.

Dans l'un des épisodes les plus célèbres, « Amok Time », nous en apprenons plus sur le personnage de Spock, son héritage vulcain et sa biologie extraterrestre. L'équipage est préoccupé lorsque Spock semble agir hors de son personnage, il agit émotionnellement et irrationnellement. La raison s'avère être biologique, Spock doit retourner sur la planète Vulcain et choisir un partenaire :



Spock choisit un partenaire pendant le Pon Farr

SPOCK : Comment les Vulcains choisissent-ils leurs partenaires ? Vous ne vous posez pas la question ?

KIRK : Je suppose que le reste d'entre nous suppose que c'est fait de manière assez logique.

SPOCK : Non. Non. Ce n'est pas le cas. Nous le couvrons de rituels et de coutumes enveloppés dans l'antiquité. Vous, les humains, n'avez aucune conception. Cela nous dépouille de notre esprit. Elle apporte une folie qui déchire notre vernis de civilisation. C'est le pon farr. Le moment de l'accouplement. Il y a des précédents dans la nature, capitaine. Les anguilles géantes de Regulus Five, une fois tous les onze ans, elles doivent retourner dans les cavernes où elles ont éclos. Sur votre Terre, le saumon. Ils doivent retourner dans le cours d'eau où ils sont nés, pour frayer ou mourir en essayant.

KIRK : Mais vous n'êtes pas un poisson, Monsieur Spock. Vous êtes...

SPOCK : Non. Je ne suis pas non plus un homme. Je suis un Vulcain. J'avais espéré qu'on me l'épargnerait, mais les anciennes pulsions sont trop fortes. Finalement, ils nous rattrapent, et nous sommes poussés par des forces que nous ne pouvons pas contrôler à rentrer chez nous et à prendre une femme. Ou mourir.

Bien que cela ne soit pas mentionné explicitement dans l'épisode lui-même, il est établi plus tard que Spock doit retourner sur Vulcain tous les 7 ans. Et nous trouvons effectivement ce type de comportement dans la nature. Dans le monde des insectes, les cigales d'Amérique du Nord ont de longs cycles de vie, où elles vivent sous terre, mais émergent ensuite tous les 13 ou 17 ans pour s'accoupler. Ils font tellement de bruit dans le processus d'attraction d'un partenaire que la communauté locale est obligée de déménager jusqu'à ce que ce soit terminé



Magicicada – la cigale périodique d'Amérique du Nord

Cependant, ce n'est pas une coïncidence si les cycles de vie sont tous deux des

nombres premiers. Le biologiste évolutionniste Stephen Jay Gould a suggéré que ce mécanisme a évolué afin de garder les cigales en décalage avec les cycles de vie des prédateurs locaux. Par exemple, si la cigale avait un cycle de vie de 18 ans et qu'un prédateur de la région avait un cycle de vie de 6 ans, alors ces cycles coïncideraient tous les 18 ans – c'est-à-dire chaque génération de cigale et chaque troisième génération de prédateur. Mais si la cigale a un cycle de vie de 17 ans, alors les deux ne coïncideront que tous les 102 ans – c'est 17 générations de prédateurs, et donc les prédateurs ne développent jamais de goût pour la cigale.

Peut-être que des mécanismes évolutifs existaient sur Vulcain pour amener les gens à se comporter de la même manière que la cigale - après tout, 7 est aussi un nombre premier.

L'une des images les plus mémorables du Star Trek original s'est produite lors de leur troisième saison, par ailleurs gênante. Dans « Let That Be Your Last Battlefield », l'équipage rencontre Bele et Lokai, deux habitants de la planète Cheron. Les deux sont complètement noirs d'un côté du visage et complètement blancs de l'autre côté. Mais c'est la race de Lokai qui est réprimée parce qu'elle est noire sur le côté gauche.



Bele et Lokai

Kirk, Spock et McCoy sont étonnés qu'un individu avec de telles marques distinctives existe :

SPOCK : Vous êtes certain, Docteur, que cette pigmentation est l'état naturel de cet individu ?

MCCOY : C'est ce que j'ai enregistré, Monsieur Spock.

KIRK : Avons-nous la moindre connaissance d'une planète qui aurait pu produire une telle race d'êtres ?

SPOCK : Négatif, Capitaine.

KIRK : Bones, qu'en pensez-vous ?

MCCOY : Eh bien, je ne peux pas vous donner de circonstance spécifique qui l'expliquerait.

KIRK : Et à en juger par son regard, nous savons qu'il est au moins le résultat d'un conflit très dramatique. Spock?

SPOCK : Il n'y a pas de théorie, Capitaine, depuis les travaux de base de Mendel jusqu'aux études récentes sur les nucléotides, qui expliquerait notre captivité. Tous

les dégradés de couleur du noir au brun, du jaune au blanc sont génétiquement prévisibles. Nous devons donc conclure que cet étranger est cette rareté souvent inexplicable, une mutation, une pièce unique.

Cependant, l'improbabilité d'une telle espèce peut être un peu exagérée. La théorie des motifs animaux est connue sous le nom de morphogenèse et peut être utilisée pour expliquer les rayures d'un zèbre, les taches d'un léopard et le motif en mosaïque d'un papillon.



Morphogenèse et motifs animaux

Les mathématiques des motifs animaux ont été lancées par le célèbre décrypteur et mathématicien de la Seconde Guerre mondiale, Alan Turing. Son travail fondateur modélise la combinaison de réactions chimiques et de diffusion afin de produire des motifs de pigmentation en forme d'ondes stationnaires.

Imaginez frapper une cymbale en forme de vache. La cymbale vibrera en produisant des pics et des creux d'ondes. Bien que ces pics et creux oscillent dans le temps et l'espace, il existe des formes d'onde préférentielles qui restent à un endroit fixe. Ces pics et ces creux suggèrent les positions de différentes concentrations chimiques et ces différentes concentrations entraînent des variations dans les marques animales. Pour cette raison, la morphogenèse a parfois été décrite comme des « vagues sur les vaches ».

Cependant, il reste encore du travail à faire. Car bien que les motifs de Turing puissent générer un motif moitié noir et moitié blanc, ils ont tendance à se former le long de l'axe le plus long du corps, de la tête à la queue, comme ceux que l'on trouve sur les chèvres valaisannes. Produire un motif comme ceux de la planète Chéron sera beaucoup plus difficile car leur motif change sur l'axe du corps le plus court de gauche à droite.



J'ai nommé ces chèvres valaisannes Bele et Lokai

Mais avec tant de nouvelle vie et tant de nouvelles civilisations à rechercher dans l'univers de Star Trek, nous devrions nous attendre à rencontrer même les extrêmes de l'évolution. Ce qui nous amène à notre prochaine question : à quel point l'univers de Star Trek est-il peuplé ? Et à quel point notre propre univers est-il peuplé ?

Chapitre III

Sommes-nous seuls dans la galaxie ? L'équation de Drake

Dans l'épisode « Balance of Terror », le capitaine Kirk et le docteur McCoy se retrouvent d'humeur réfléchie et la question de notre unicité dans la galaxie est discutée :



McCoy conseille Kirk

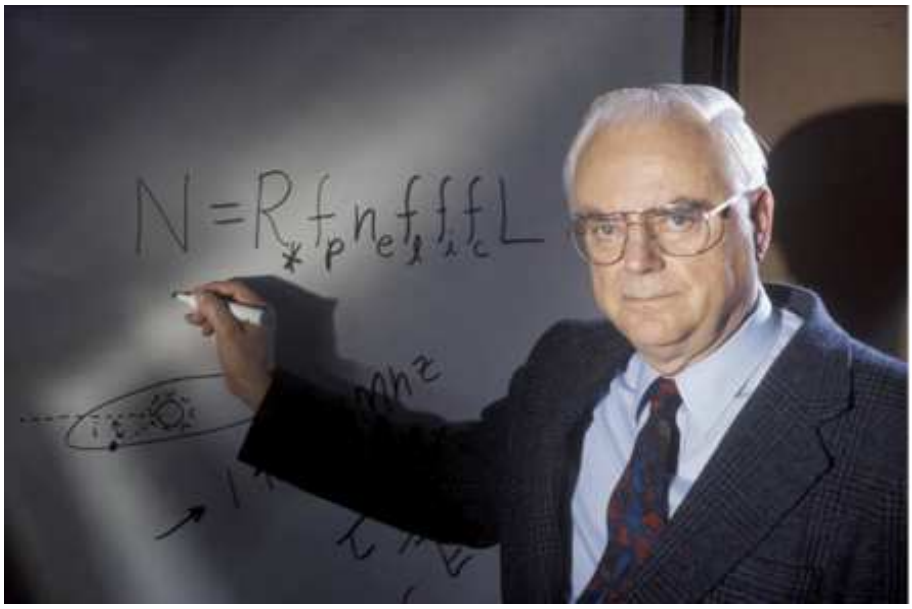
KIRK : J'aimerais faire un long voyage en mer quelque part. Pas trop de tennis de plage, pas de danse frénétique et pas de responsabilité. Pourquoi moi? Je regarde autour de ce pont et je vois les hommes qui m'attendent pour faire le prochain pas. Et Bones, et si je me trompe ?

MCCOY : Capitaine, je...

KIRK : Non, je n'attends pas vraiment de réponse.

MCCOY : Mais j'en ai un. C'est quelque chose que je dis rarement à un client, Jim. Dans cette galaxie, il y a une probabilité mathématique de trois millions de planètes de type Terre. Et dans tout l'univers, trois millions de millions de galaxies comme celle-ci. Et dans tout cela, et peut-être plus, un seul de chacun d'entre nous. Ne détruisez pas celui qui s'appelle Kirk.

Ici, McCoy applique une idée similaire à celle utilisée par les astronomes aujourd'hui pour estimer le nombre de civilisations extraterrestres actives dans notre galaxie qui pourraient avoir une technologie radio, que nous pouvons ensuite détecter avec nos grands récepteurs radio.



Frank Drake

Pour estimer ce nombre, en 1961, l'astrophysicien Frank Drake a proposé la formule suivante :

$$N = R_* \times f_p \times n_e \times f_\ell \times f_i \times f_c \times L$$

Avec comme paramètres ;

R* , le taux moyen de formation d'étoiles par an dans notre galaxie. Drake et ses collègues lui avaient initialement donné une estimation prudente de 1 étoile par an. Les estimations actuelles de la NASA placent maintenant ce chiffre à environ 7 par an.

fp, la fraction de ces étoiles qui ont des planètes. Drake avait initialement estimé cette fraction à environ 20 % à 50 %. Les estimations actuelles sont plus proches de 100 %, dans la mesure où les étoiles sans planète semblent être l'exception plutôt que la règle.

ne, le nombre moyen de planètes pouvant potentiellement supporter la vie par étoile qui a des planètes. Drake a estimé que cela était d'environ 1 à 5 planètes par étoile. La NASA a déclaré que 5,4 % des étoiles pourraient héberger une planète telluritaire, soit 0,054 planète par étoile.

ft, la fraction de ce qui précède qui développe réellement la vie planétaire à un moment donné. Drake a mis cette valeur à 100 %, et on pense toujours qu'elle est très élevée.

fi, la fraction de ce qui précède qui développe réellement la vie intelligente.

Encore une fois, Drake a estimé que cela était de 100 %, mais la valeur réelle de ce paramètre est inconnue.

f_c, la fraction des civilisations qui développent une technologie qui libère des signes détectables de leur existence dans l'espace. L'estimation de Drake était de 10 à 20 %, bien que toute civilisation suffisamment avancée puisse être considérée comme de la « radiodiffusion », même si ce n'est pas intentionnellement.

L, la durée pendant laquelle ces civilisations émettent des signaux détectables dans l'espace. Drake et ses collègues ont estimé que cela se situait entre 1000 et 1 000 000 000 d'années. La civilisation humaine moyenne n'a duré que 420 ans, mais une société avancée pourrait être capable de survivre perpétuellement.

Drake et ses collègues ont conclu que, compte tenu des incertitudes, **N = L**, ce qui signifie qu'il y avait probablement entre 1000 et 100 000 000 de civilisations dans la galaxie que nous pouvions détecter.

Nos estimations actuelles mettent **N = L/5**, ce qui signifie que le facteur déterminant pour la communication reste **L**, la durée de vie d'une civilisation avancée dotée de la technologie de radiodiffusion.

L'intention originale de la formule était de favoriser la discussion entre Drake et ses collègues, et de nombreuses variables de l'équation de Drake sont sujettes à conjecture. Les estimations du nombre de civilisations actives avec communication radio dans notre galaxie ont varié de dizaines de millions à la seule Terre dans la galaxie. Une chose sur laquelle on peut s'accorder est que l'existence de la civilisation humaine prouve qu'elle n'est pas nulle.



Gene Roddenberry

L'équation de Drake a été utilisée par Gene Roddenberry en 1964 dans son argumentaire pour Star Trek afin de justifier le grand nombre de planètes habitées dans la série. Il n'avait pas de copie de l'équation, alors il a inventé la sienne. La

formule de Roddenberry était la suivante :

$$Ff^2(MgE)-C^1Ri^1 \times M = L/So$$

Aucune explication des paramètres de l'équation de Roddenberry n'a été donnée, mais les deux formes de la formule peuvent être vues sur une affiche comme un détail de fond dans un épisode ultérieur de Star Trek : Voyager.

On dit que Drake lui-même a visité le plateau un jour, et a même regardé la « deuxième variation » de Roddenberry, avant de souligner gentiment qu'une valeur élevée à la première puissance n'est que la valeur elle-même.

Une erreur similaire s'est ensuite retrouvée à l'écran dans l'une des gaffes mathématiques les plus notoires de Star Trek. Dans « Court Martial », Kirk recherche un membre d'équipage disparu en retirant le reste de l'équipage et en utilisant les capteurs du vaisseau pour capter un battement de cœur :



1 × 1 × 1 × 1 = 1

KIRK : Prêt, Monsieur Spock ?

SPOCK : Affirmatif, capitaine.

KIRK : Messieurs, cet ordinateur a un capteur auditif. Il peut, en effet, entendre des sons. En installant un booster, nous pouvons augmenter cette capacité de l'ordre de un à la puissance quatre. L'ordinateur devrait nous apporter tous les sons se produisant sur le navire.

Malheureusement, personne ne fait remarquer à Kirk que 1 à la puissance quatre est toujours 1.

Ces dernières années, certains farceurs ont réutilisé l'équation de Drake, non pas pour déterminer la probabilité de trouver une vie intelligente, mais pour déterminer la probabilité qu'ils trouvent une petite amie. Les paramètres comprennent le taux de formation des personnes (taux de natalité), la proportion de femmes (51 %) et la proportion de femmes d'âge que l'auteur trouve attrayantes (estimations diverses). Lorsqu'il est appliqué, l'auteur découvre invariablement que la probabilité

est très faible.

Ensuite, nous examinerons un autre type de civilisation intelligente – la civilisation androïde. C'est la vie Jim, mais pas telle que nous la connaissons.

Les mathématiciensdu 20e siècle et les androïdes du 23e siècle – Le paradoxe du menteur

Tout au long de la série originale, le capitaine Kirk a mis à mort à un ordinateur à pas moins de quatre occasions différentes, en utilisant des paradoxes ou d'autres dilemmes.

Par exemple, dans « I Mudd », Kirk et ses collègues sont kidnappés et retenus par une planète d'androïdes. Ici, après avoir semé la confusion en mimant une explosion, Kirk et le voyou Harry Mudd introduisent un paradoxe à Norman, le chef des androïdes :



Norman expire

NORMAN : Mais il n'y a pas eu d'explosion.

MUDD : J'ai menti.

NORMAN : Quoi ?

KIRK : Il a menti. Tout ce que Harry vous dit est un mensonge. Souvenez-vous de cela. Tout ce que Harry vous dit est un mensonge.

MUDD : Écoute bien ça, Norman. Je mens.

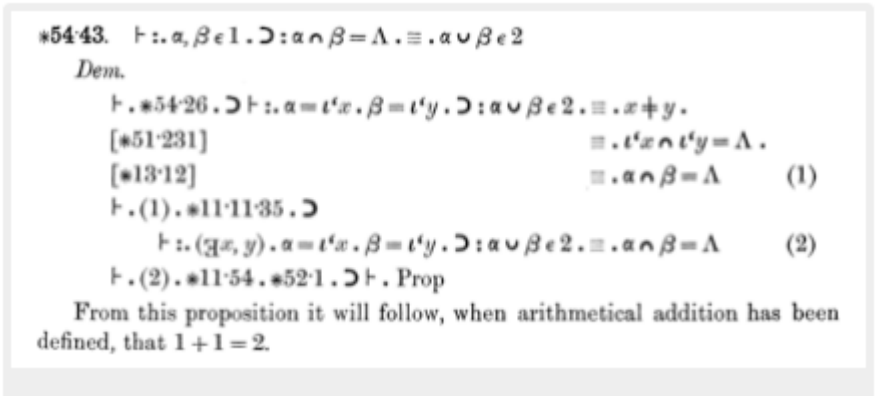
NORMAN : Vous dites que vous mentez, mais si tout ce que vous dites est un mensonge, alors vous dites la vérité, mais vous ne pouvez pas dire la vérité parce que tout ce que vous dites est un mensonge. Vous mentez. Vous dites la vérité. Mais vous ne pouvez pas pour. Illogique! Illogique! Veuillez expliquer.

Incapable de résoudre le paradoxe, Norman se retrouve dans un désert,

laissant l'équipage de l'Enterprise s'échapper. C'est ce qu'on appelle le paradoxe du menteur et on peut l'énoncer plus simplement comme suit : « Cette phrase est fausse ».

Il s'avère que le paradoxe du menteur est au cœur de l'un des plus grands résultats des mathématiques du XXe siècle – mais un résultat qui a conduit de nombreux mathématiciens à avoir de la fumée qui s'échappait de la tête.

Les mathématiques sont construites à partir d'un certain nombre de vérités de base appelées « axiomes », à partir desquelles nous prouvons d'autres résultats. Par exemple, certains axiomes de l'arithmétique pourraient être que
est un nombre naturel, et tous les nombres naturels ont un successeur. À partir de ces vérités fondamentales, nous pouvons prouver des résultats tels que **1 + 1 = 2**. En fait, ce résultat a été prouvé en 1910 par Alfred North Whitehead et Bertrand Russell et apparaît à la page 86, volume II de leur livre Principia Mathematica.



$*54{\cdot}43.\quad \vdash :. \alpha, \beta \in 1 . \supset : \alpha \cap \beta = \Lambda . \equiv . \alpha \cup \beta \in 2$

Dem.

$\vdash . *54{\cdot}26 . \supset \vdash :. \alpha = \iota' x . \beta = \iota' y . \supset : \alpha \cup \beta \in 2 . \equiv . x \neq y .$

$[*51{\cdot}231] \qquad \equiv . \iota' x \cap \iota' y = \Lambda .$

$[*13{\cdot}12] \qquad \equiv . \alpha \cap \beta = \Lambda \qquad (1)$

$\vdash . (1) . *11{\cdot}11{\cdot}35 . \supset$

$\vdash :. (\exists x, y) . \alpha = \iota' x . \beta = \iota' y . \supset : \alpha \cup \beta \in 2 . \equiv . \alpha \cap \beta = \Lambda \qquad (2)$

$\vdash . (2) . *11{\cdot}54 . *52{\cdot}1 . \supset \vdash . \text{Prop}$

From this proposition it will follow, when arithmetical addition has been defined, that $1 + 1 = 2$.

La proposition ci-dessus est parfois utile

Au début duXXe siècle, des logiciens tels que Whitehead, Russell et David Hilbert voulaient élaborer ces vérités fondamentales des mathématiques, à partir desquelles tous les autres résultats mathématiques peuvent être prouvés. Il est important de noter que le système d'axiomes devrait être « complet », afin qu'ils puissent être utilisés pour prouver tous les vrais résultats, et « cohérent », afin que nous obtenions toujours le même résultat, quelle que soit la façon dont nous choisissons de le prouver. En d'autres termes, nous ne trouvons rien de contradictoire comme **1 + 2**

En 1931, le mathématicien austro-américain Kurt Gödel a secoué la communauté mathématique avec la preuve de ce qui est maintenant connu sous le nom de théorèmes d'incomplétude de Gödel. Dans sa démonstration, Gödel pouvait représenter des énoncés avec des nombres, de sorte que tout système pouvant être utilisé pour prouver des faits d'arithmétique, peut également être utilisé pour prouver des faits sur ses propres énoncés



Maintenant, remplacez la phrase « Cette phrase est fausse » dans le Paradoxe du menteur, par la phrase « Cette phrase n'est pas prouvable ». Gödel a montré qu'un nombre représentant une telle affirmation peut toujours être construit, ce qui signifie que le système ne peut pas être à la fois complet et cohérent. En d'autres termes, certains résultats seront vrais, mais ne pourront pas être prouvés dans ce cadre.

L'utilisation de paradoxes contre la vie artificielle a dû devenir une lecture obligatoire à l'académie de Starfleet. Plus tard, le capitaine Picard et l'équipage de l'Enterprise D mettent au point une tactique similaire consistant à utiliser une image à la Escher pour détruire les Borgs... Mais c'est un essai pour une autre fois.

F I N